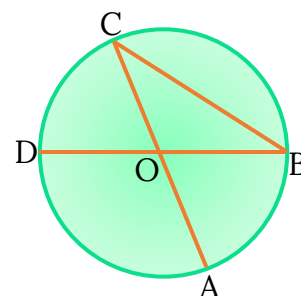


Задание 1

Тема: Окружность

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 41° . Найдите величину угла AOD . Ответ дайте в градусах



Решение:

$\angle ACB$ — вписанный угол

$\angle AOB$ — центральный

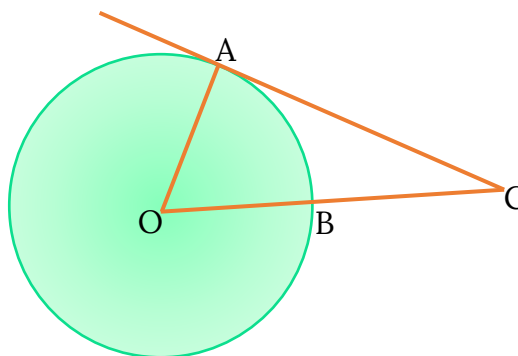
$\angle AOB = 2\angle ACB = 82^\circ$ (центральный больше вписанного в 2 раза)

$\angle AOD = 180 - \angle AOB = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$ (смежные углы)

Ответ: 98

Найдите величину угла ACO , если его сторона CA касается окружности с центром O , отрезок CO пересекает окружность в точке B , а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 64 .

Ответ дайте в градусах



Решение:

AO — радиус

AC — касательная

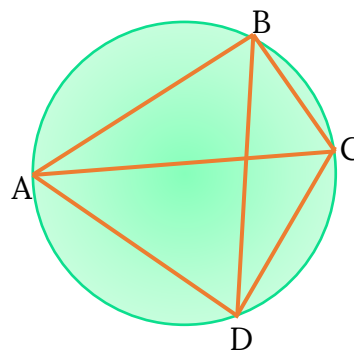
$AO \perp AC$, т.к. радиус, проведенный к касательной ей перпендикулярен

$\angle AOB = 64^\circ$, центральный угол определяется дугой, на которую он опирается

$\angle ACO = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$

Ответ: 26

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 103° , угол CAD равен 42° .
Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Решение:

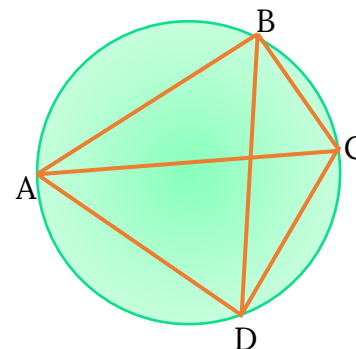
$$\angle CBD = \angle CAD = 42^\circ$$

(так как вписанные углы и они опираются на одну дугу CD)

$$\angle ABD = \angle ABC - \angle CBD = 103^\circ - 42^\circ = 61^\circ$$

Ответ: 61

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 61° , угол CAD равен 37° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах



Решение:

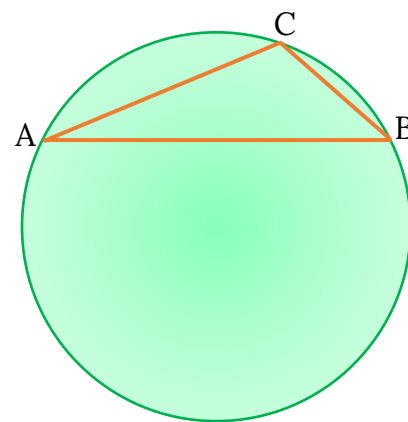
$$\angle CBD = \angle CAD = 37^\circ$$

(так как опираются на одну дугу CD)

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 61^\circ + 37^\circ = 98^\circ$$

Ответ: 98

В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности



Решение:

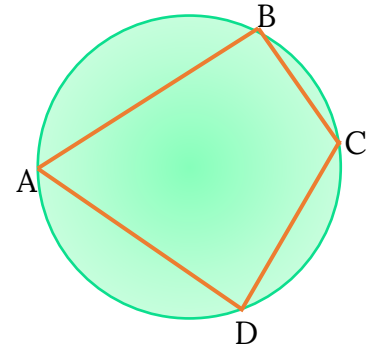
Вспомним расширенную теорему синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\text{Отсюда } R = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{3\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$$

Ответ: 3

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 59° и 102° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах



Решение:

Это не противоположные углы, так как их сумма не 180°

Тогда найдем противоположные углы к заданным

$$59 + x = 180$$

$$x = 180 - 59$$

$$x = 121$$

$$102 + y = 180$$

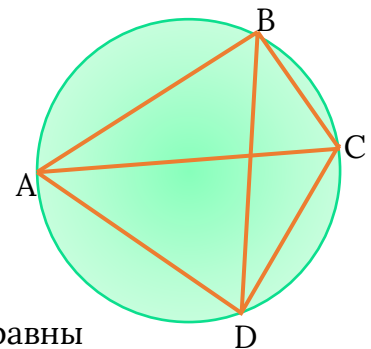
$$y = 180 - 102$$

$$y = 78$$

Большой из них 121

Ответ: 121

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 120° , угол ABD равен 43° . Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах



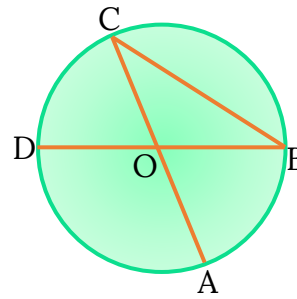
Решение:

Угол CBD и CAD опираются на одну дугу CD, а значит они равны

$$\angle CBD = \angle ABC - \angle ABD = 120^\circ - 43^\circ = 77^\circ$$

Ответ: 77

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 116° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



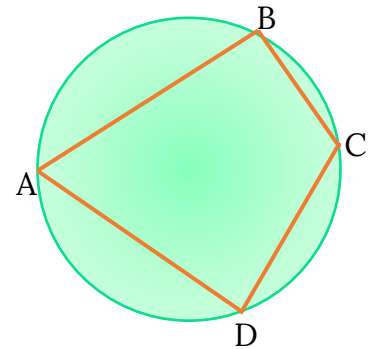
Решение:

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{64^\circ}{2} = 32^\circ$$

Ответ: 32

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол BAD равен 88° . Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



Решение:

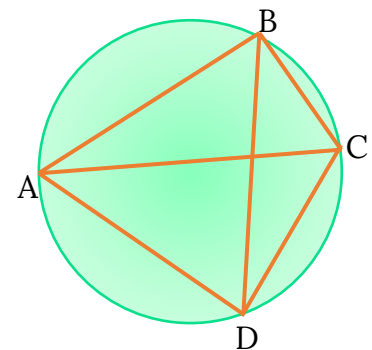
Так как четырёхугольник ABCD вписан в окружность, то

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$$

Ответ: 92

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 62° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$$

$$\angle CBD = \angle CAD = 41^\circ \text{ (так как опираются на одну дугу)}$$

$$\angle ABC = 62^\circ + 41^\circ = 103^\circ$$

Ответ: 103

Найдите центральный угол, если он на 28° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах

Решение:

Пусть вписанный угол будет x

Тогда центральный в 2 раза больше, $2x$

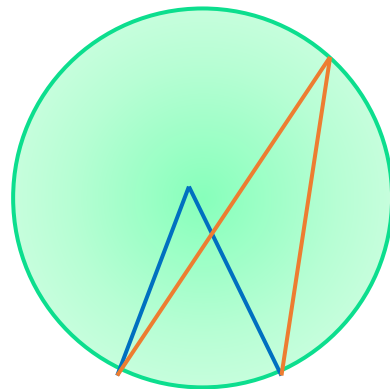
Тогда так как центральный на 28° больше острого вписанного угла, то составим и решим уравнение:

$$2x - x = 28$$

$$x = 28$$

$$2x = 56$$

Ответ: 56



В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=10$, $CD=17$. Найдите периметр четырёхугольника ABCD

Решение:

Так как в четырёхугольник ABCD вписана окружность, то

$$AD + BC = AB + CD = 10 + 17 = 27$$

$$P = AB + CD + AD + BC = 27 + 27 = 54$$

Ответ: 54

