

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

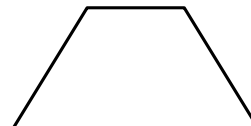
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Основания равнобедренной трапеции равны 11 и 21. Боковые стороны равны 13. Найдите длину диагонали трапеции.

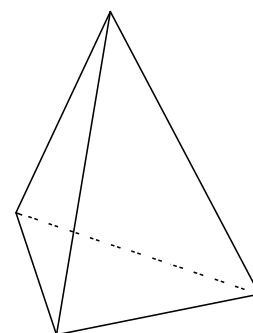


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-2; \sqrt{6})$ и $\vec{b}(2; \sqrt{6})$. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 6 раз?



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

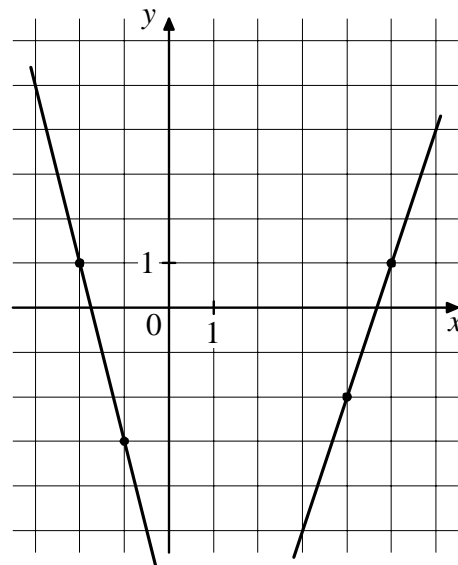
- 5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

- 10** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 201 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 29)^2 e^{-27-x}$ на отрезке $[-28; -26]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos^2 x = \cos x - 2.$$

- б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, высота SH равна 18. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

- 15 Решите неравенство $\log_{14}(6x^2 + 5) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+2} + 5\right)$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,022 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 36, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{3-x} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа,

за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{5}$ получить дробь $\frac{32}{45}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{9}{14}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,68. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 марта 2025 года

Вариант МА2410412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

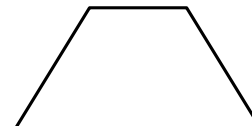
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 21. Боковые стороны равны 10. Найдите длину диагонали трапеции.

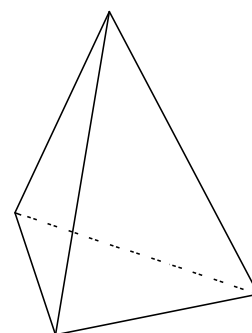


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2; \sqrt{21})$ и $\vec{b}(2; -\sqrt{21})$. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

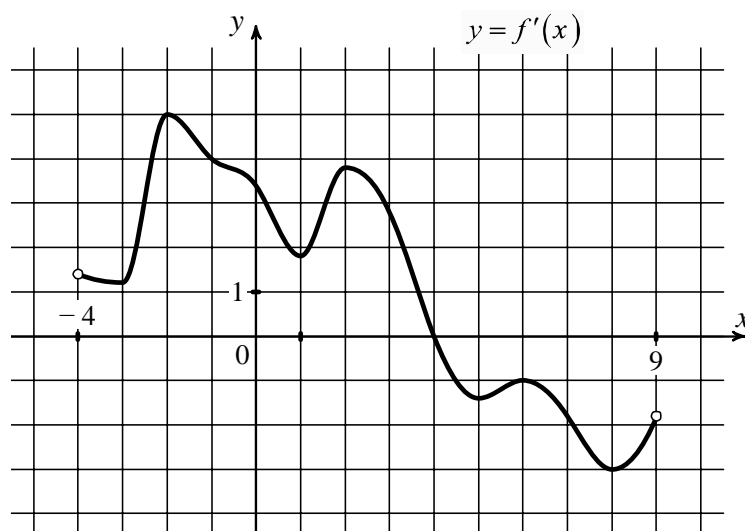
6 Найдите корень уравнения $5^{7-x} = 25^{3x}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-1; 6]$.



Ответ: _____.

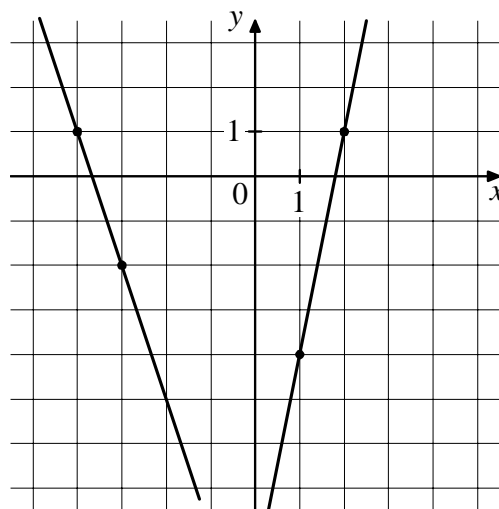
9 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8,1 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 10** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 56 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 15)^2 e^{-13-x}$ на отрезке $[-14; -12]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2\sqrt{3}\cos^2 x = 2\sqrt{3} - \cos x.$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, высота SH равна 12. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

15 Решите неравенство $\log_{14}(8x^2 + 7) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+3} + 7\right)$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 22 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,572 млн рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 30, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x+6} \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{4}$ получить дробь $\frac{27}{38}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{8}{15}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,69. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?