

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

2 октября 2024 года

Вариант МА2410109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

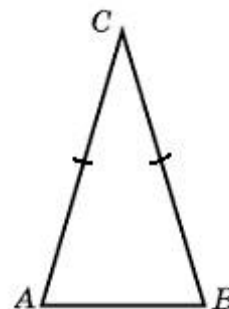
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В равнобедренном треугольнике ABC угол C равен 30° . Боковые стороны $AC = BC = 14$. Найдите площадь этого треугольника.

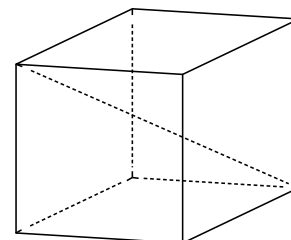


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(-10; 3)$, $\vec{b}(-1; -6)$ и $\vec{c}(-2; 6)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{b}$ и \vec{c} .

Ответ: _____.

- 3** Площадь поверхности куба равна 128. Найдите длину его диагонали.



Ответ: _____.

- 4** Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

Ответ: _____.

5 На фабрике керамической посуды 20 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 85 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

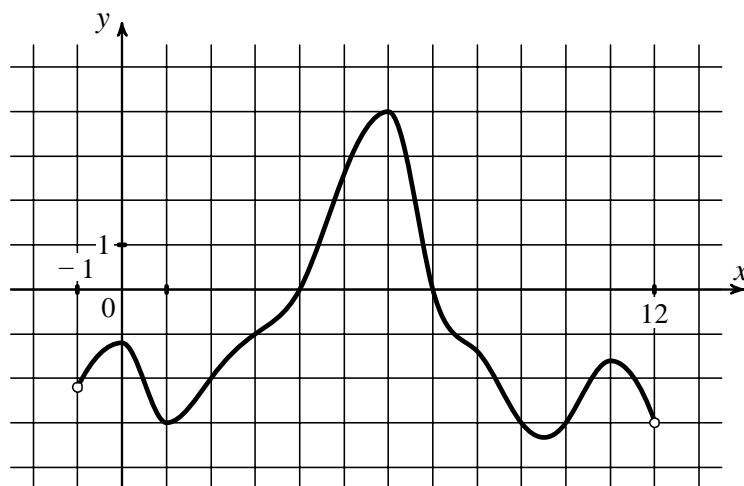
6 Решите уравнение $\frac{1}{5}x^2 = 16\frac{1}{5}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $32\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{2\pi}{3}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

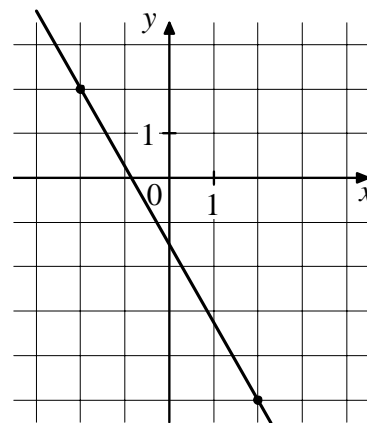
- 9** Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 10 \sin \frac{\pi t}{5}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени первых трёх секунд скорость движения превышала 5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 10** Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 280 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 16$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 - 14x + 149}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^2 x = 2\sin x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 16, а боковое ребро SA равно 14. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 4$, $SK = 2$. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и K .

- а) Докажите, что плоскость α содержит точку C .
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α .

- 15 Решите неравенство $\frac{2x^4 - 8x^3 + 8x^2}{x^2 + x - 6} - \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 7}{x + 3} \geq 1$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 54 040 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке C . Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке E , а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D .

- а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.
б) Найдите AC , если радиусы окружностей равны 3,5 и 12.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + 3x - a)^2 = 2x^4 + 2(3x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

19 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 7, к каждому числу из второй группы — цифру 9, а числа из третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 2 раза?
б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 19 раз?
в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

2 октября 2024 года

Вариант МА2410110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

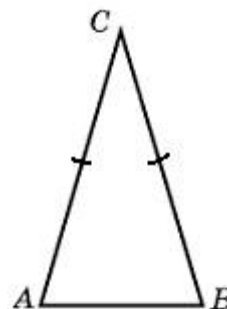
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В равнобедренном треугольнике ABC угол C равен 30° . Боковые стороны $AC = BC = 26$. Найдите площадь этого треугольника.

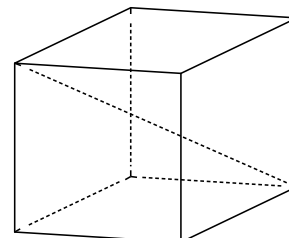


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-3; 8)$, $\vec{b}(14; -5)$ и $\vec{c}(-2; 6)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{b}$ и \vec{c} .

Ответ: _____.

- 3 Площадь поверхности куба равна 162. Найдите длину его диагонали.



Ответ: _____.

- 4 Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,81. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,67. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

Ответ: _____.

5 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 95 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

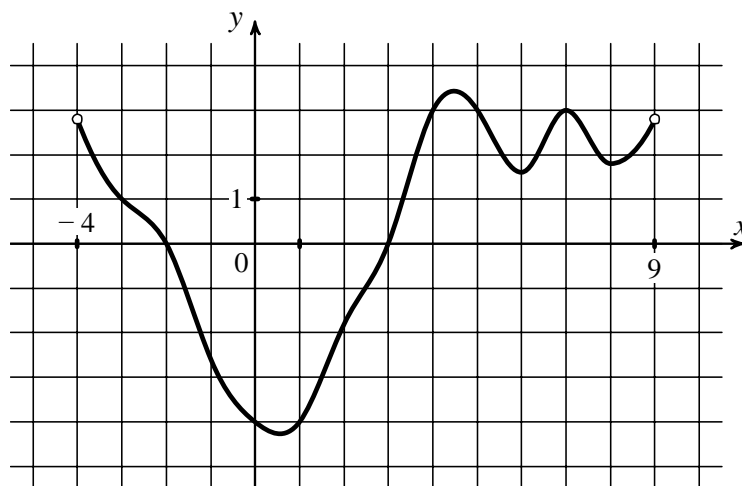
6 Решите уравнение $\frac{1}{14}x^2 = 16\frac{1}{14}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $42\sqrt{6}\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{3\pi}{4}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

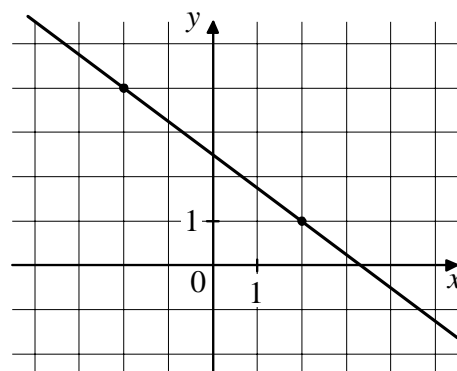
- 9** Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 8\sin\frac{\pi t}{3}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени первой секунды скорость движения превышала 4 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 10** Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 160 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 4 часа. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -8$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 24x + 153}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x - \sqrt{2}\cos^2 x = 2\sin x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 24, а боковое ребро SA равно 21. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 6$, $SK = 3$. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и K .

- а) Докажите, что плоскость α содержит точку C .
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α .

- 15 Решите неравенство $\frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 2} - \frac{x^3 - x^2 - 3x + 8}{x - 2} \geq 1$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 52 020 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке C . Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке E , а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D .

а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.

б) Найдите AC , если радиусы окружностей равны 2,5 и 6.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + 4x - a)^2 = 2x^4 + 2(4x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$.

19 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 4, к каждому числу из второй группы — цифру 8, а числа из третьей группы оставили без изменений.

а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 2 раза?

б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 18 раз?

в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?