

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

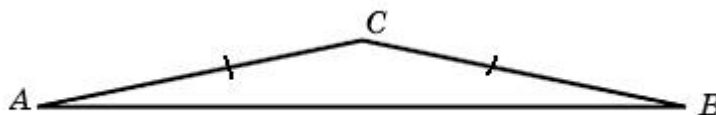
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В равнобедренном треугольнике ABC угол C равен 150° . Боковые стороны $AC = BC = 40$. Найдите площадь этого треугольника.

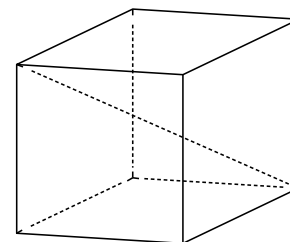


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(10; 5)$ и $\vec{b}(-7; 5)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Диагональ куба равна $\sqrt{300}$. Найдите его объём.



Ответ: _____.

- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19 включительно.

Ответ: _____.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

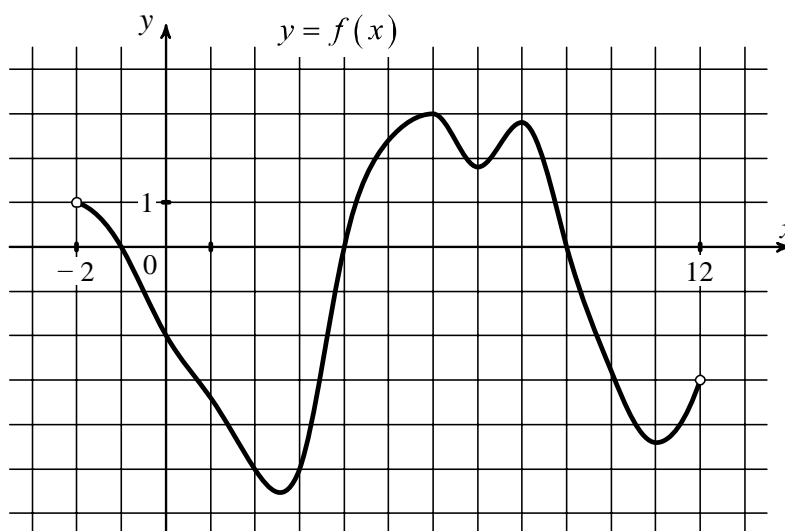
- 6 Найдите корень уравнения $(x-13)^2 = -52x$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $54\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

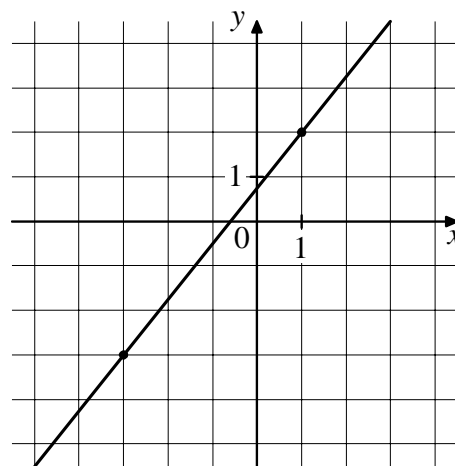
- 9** Груз массой $0,15$ кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,4$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 6 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 10** Моторная лодка в 11:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 15 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(-9)$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{31 - 30x - x^2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x - \sin^2 x = 2\cos x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 32, а боковое ребро SA равно 28. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 8$, $SK = 4$. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и K .

- а) Докажите, что плоскость α содержит точку C .
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α .

- 15 Решите неравенство $\frac{x^4 - 6x^3 + 9x^2}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2x^3 - 3x^2 - x - 9}{x + 1} \leq 1$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 27 320 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке C . Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке E , а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D .

- а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.
б) Найдите AC , если радиусы окружностей равны 4 и 7,5.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + 5x - a)^2 = 2x^4 + 2(5x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 4]$.

19 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 2, к каждому числу из второй группы — цифру 9, а числа из третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 5 раз?
б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 19 раз?
в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

2 октября 2024 года

Вариант МА2410112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

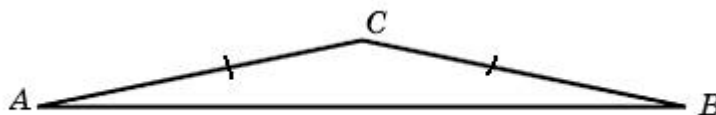
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В равнобедренном треугольнике ABC угол C равен 150° . Боковые стороны $AC = BC = 36$. Найдите площадь этого треугольника.

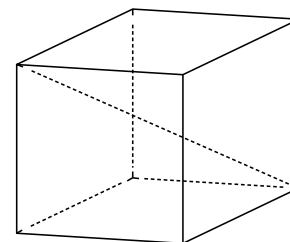


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2; 8)$ и $\vec{b}(-5; 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Диагональ куба равна $\sqrt{192}$. Найдите его объём.



Ответ: _____.

- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23 включительно.

Ответ: _____.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

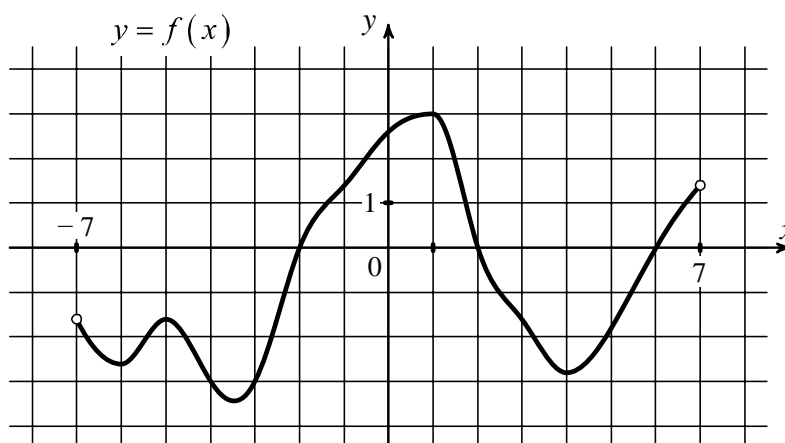
- 6 Найдите корень уравнения $(x + 15)^2 = 60x$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $38\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

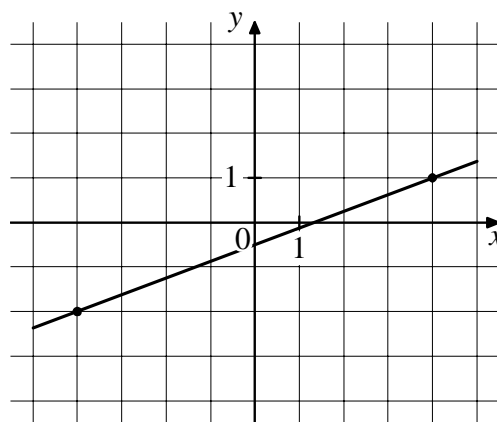
- 9 Груз массой $0,8$ кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 4 секунды после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 10 Моторная лодка в 11:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 15:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 12 км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(12)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{168 - 22x - x^2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 40, а боковое ребро SA равно 35. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 10$, $SK = 5$. Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и K .

- а) Докажите, что плоскость α содержит точку C .
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α .

- 15 Решите неравенство $\frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2}{x^2 + 3x - 4} - \frac{2x^3 + 4x^2 - x + 9}{x - 1} \leq 1$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 61 760 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке C . Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке E , а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D .

а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.

б) Найдите AC , если радиусы окружностей равны 4,5 и 6.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + 6x - a)^2 = 2x^4 + 2(6x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 5]$.

19 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 4, к каждому числу из второй группы — цифру 7, а числа из третьей группы оставили без изменений.

а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 3 раза?

б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?

в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?