

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

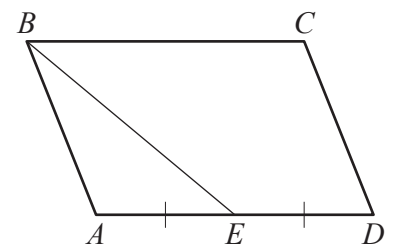
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

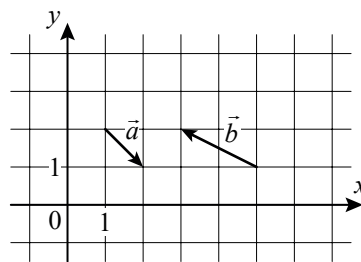
Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 189. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.



Ответ: _____.

2

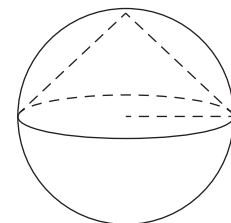
На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $2\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ: _____.

3

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



Ответ: _____.

- 4 В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменов: 17 из России, 22 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 7 синих, 3 красных и 5 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

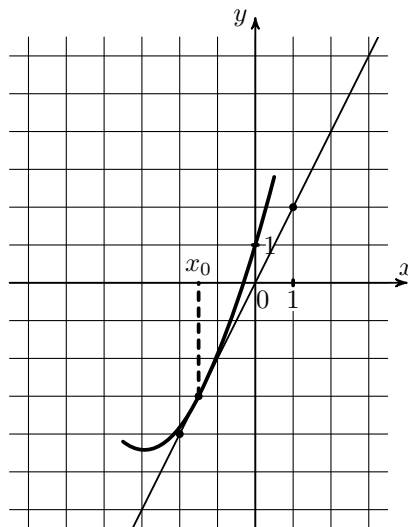
- 6 Найдите корень уравнения $\log_{13}(4 - x) = \log_{13} 10$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7})$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

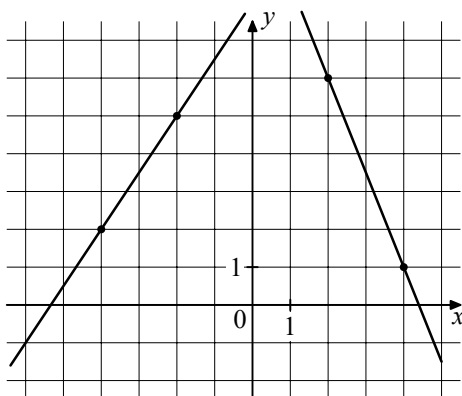
- 9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 128 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 1 мг.

Ответ: _____.

- 10 На изготовление 345 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 483 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (1 - 2x) \cos x + 2 \sin x + 4$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$3 \operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 5 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14.1 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является прямоугольник со сторонами $AB = 24$, $BC = 7$. Боковые рёбра $SA = \sqrt{51}$, $SB = \sqrt{627}$, $SD = 10$.

- а) Докажите, что SA – высота пирамиды.
б) Найдите угол между SC и BD .

14.2 Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$ с прямоугольником $ABCD$ в основании. $SA = 15$, $SB = 17$, $AB = 8$, $BC = \sqrt{15}$, $SD = 4\sqrt{15}$.

- а) докажите, что SA – высота пирамиды.
б) Найдите расстояние от точки A до плоскости SBC .

15.1 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0.$$

15.2 Решите неравенство

$$\frac{\log_5(5x - 27)}{\log_5(x - 5)} \geq 1$$

- 16.1** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
- На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 27 млн. рублей?

- 16.2** 15 -го января планируется взять кредит в банке на 29 месяцев. Условия возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15 -го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше суммы долга на 15 число предыдущего месяца;
 - к 15-му числу 29-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2,32 млн рублей?

- 17.1** В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.
- Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 - Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 60^\circ$.

- 17.2** В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . Точка E принадлежит стороне AB , прямые CD и CE перпендикулярны.
- Докажите, что прямая BH параллельна прямой ED .
 - Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 135^\circ$.

- 18.1** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(1 - (x + a + 1)^2)^3 - (1 - (x + a + 1)^2)^2 = 2^{3|x-a|} - 2^{2|x-a|}$$

имеет хотя бы 1 решение.

18.2 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(|x + 2| + |x - a|)^2 - 5 \cdot (|x + 2| + |x - a|) + 3a(5 - 3a) = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18.3 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(2 + |x + a|)^3 - (2 + |x + a|)^2 = (3 - x^2 - 2ax - 2a^2)^3 - (3 - x^2 - 2ax - 2a^2)^2$$

имеет хотя бы один корень.

19 На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2376. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

- Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел.
- Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 6 раз больше, чем сумма исходных чисел?
- Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.