$\Longrightarrow$ РазборЕГЭ 2024

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. | 10 -0,8 | Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

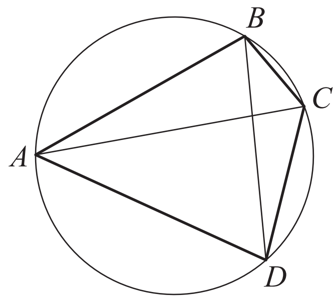
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

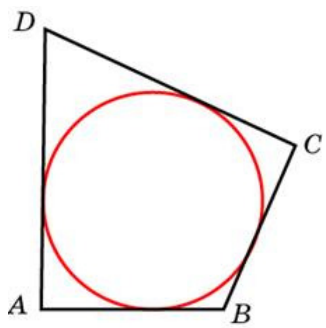
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1.1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $110°$, угол ABD равен $70°$. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.



Ответ:________________________.

1.2 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ:________________________.

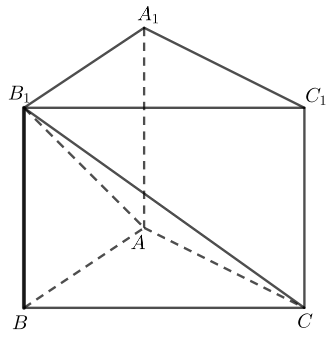
2.1 Даны векторы $\vec{a}(1;1)$ и $\vec{b}(0;7)$. Найдите длину вектора $5\vec{a}+\vec{b}$.

Ответ:________________________.

2.2 Даны векторы $\vec{a}(3;-2)$ и $\vec{b}(0;1)$. Найдите длину вектора $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

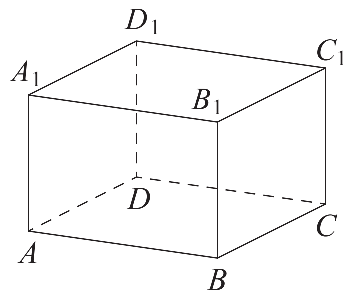
Ответ:________________________.

3.1 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 8.



Ответ:___________________________.

3.2 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 3$, $AA_1 = 4$



Ответ:___________________________.

4.1 В сборнике билетов по математике 52 билета, в тринадцати из них встречается вопрос по теме «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Логарифмы».

Ответ:___________________________.

4.2 В группе туристов 20 человек. Их забрасывают в труднодоступный район вертолётом в несколько приёмов по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым рейсом вертолёта.

Ответ:___________________________.

5.1 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,4. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ:__________________________.

5.2 Биатлонист стреляет по пяти мишеням — в каждую по одному разу. Вероятность попадания в каждую мишень равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ:__________________________.

6.1 Найдите корень уравнения $\sqrt{2x+37}=7$

Ответ:__________________________.

6.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x}=4$.

Ответ:__________________________.

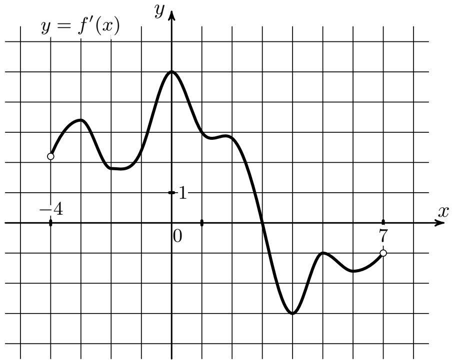
7.1 Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\cos^2\dfrac{13\pi}{12}-\sqrt{3}$

Ответ:__________________________.

7.2 Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{8}\sin\dfrac{3\pi}{8}$

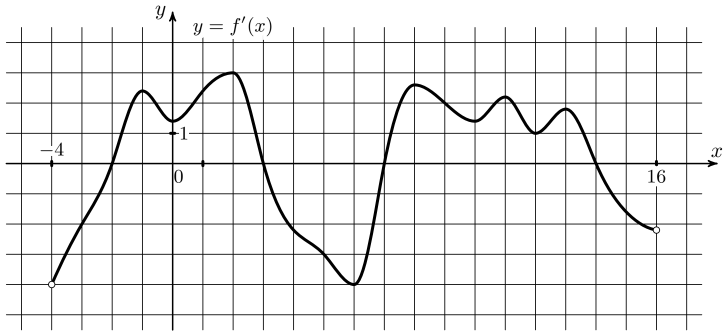
Ответ:__________________________.

8.1 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 7)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ:__________________________.

8.2 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 16)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[0; 13]$.



Ответ:__________________________.

9.1 Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 23$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2. За t – секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 132 метра. Ответ дайте в секундах.

Ответ:__________________________.

9.2 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в Ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в Кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{729} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $5{,}13 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

Ответ:__________________________.

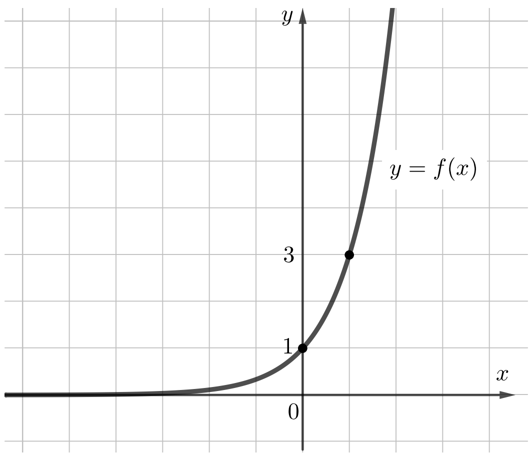
10.1 Аня и Таня, работая вместе, пропалывают грядку за 6 минут, а одна Таня – за 24 минуты. За сколько минут пропалывает эту грядку одна Аня?

Ответ:__________________________.

10.2 Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй – за 30 минут, а третий – за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

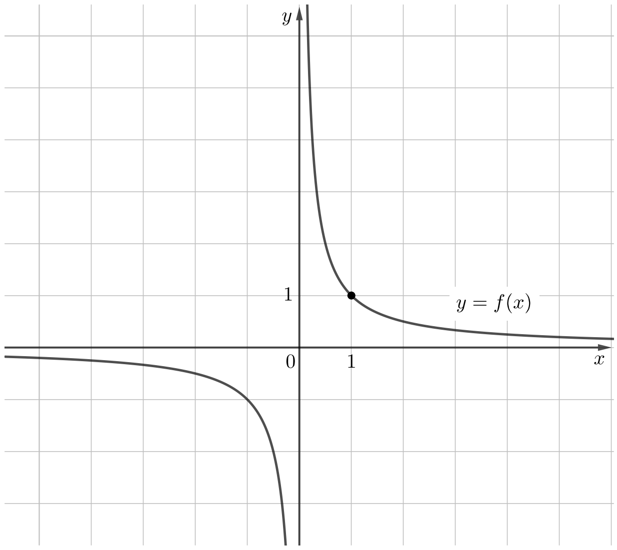
Ответ:__________________________.

11.1 На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x$. Найдите $f(4)$.



Ответ:__________________________.

11.2 На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите $f(10)$.



Ответ:__________________________.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = 5x - \ln(x - 7)$

Ответ:__________________________.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$

Ответ:__________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13.1 а) Решите уравнение

$$\sin 2x - \cos(\pi - x) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

13.2 а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{3}\cos\left(x - \pi\right) + 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13.3 а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x - \sin\left(x - \pi\right) - 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

13.4 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{3}\sin(x + \pi) - 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

14.1 Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равны 10. Точка O – центр основания пирамиды. Плоскость, параллельная прямой SA и проходящая через точку O, пересекает рёбра SC и SD в точках M и N соответственно. Точка N делит ребро SD в отношении $SN : ND = 2 : 3$.
а) Докажите, что точка M – середина ребра SC.
б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMN пересекает грань SBC.

14.2 Дана правильная пирамида $SABC$, точки K и M – середины рёбер AB и SC соответственно. Точки N и L на сторонах BC и SA соответственно расположены таким образом, что $LA = 4SL$ и прямые NL и MK пересекаются.
а) Докажите, что прямые LK, MN и BS пересекаются в одной точке.
б) Найдите отношение $CN : NB$.

14.3 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N – середины ребер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K.
а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна ребрам AB и CD.
б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если известно, что $BK = 1, KC = 5$.

15.1 Решите неравенство

$$3^x - 8 - \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 19}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leqslant \frac{1}{3^x - 3}.$$

15.2 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geqslant \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}.$$

15.3 Решите неравенство

$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geqslant \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}.$$

15.4 Решите неравенство

$$\frac{6 \cdot 9^{x-1} - 10}{81^{x-\frac{1}{2}} - 9} \leqslant 1.$$

15.5 Решите неравенство

$$\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x - 39}{7^x - 7} \leqslant 7^x + 5.$$

16.1 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долго.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (т.е. за 4 года) и общая сумма платежей составит 375000 рублей.

16.2 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долго.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (т.е. за 3 года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 65500 рублей больше суммы, взятой в кредит?

16.3 В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 720 тыс. руб. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года.
- в июле 2027, 2028, 2029 годов долг остается равным 720 тыс. руб.
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны.
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму платежей за пять лет.

17.1 $ABCDE$ – вписанный пятиугольник. M – точка пересечения диагоналей BE и AD. Известно, что $BCDM$ – параллелограмм.
а) Докажите, что стороны пятиугольника равны.
б) Найдите AB, если известно, что $BE = 12, BC = 5, AD = 9$.

17.2 $ABCDE$ – вписанный пятиугольник. $AB = CD = 5$, $BC = DE = 8$.
а) Докажите, что $AC = CE$.
б) Найдите BE, если известно, что $AD = 10$.

17.3 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B. Отрезок BC – диаметр этой окружности.
а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB.
б) Найдите NO, если $AB = 24$, $AC = 10$.

17.4 Периметр треугольника ABC равен 24. Точки E и F – середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок EF касается окружности, вписанной в треугольник ABC.
а) Докажите, что $AC = 6$.
б) Найдите площадь треугольника ABC, если $\angle ACB = 90°$.

18.1 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x|. \end{cases}$$

имеет 2 решения.

18.2 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x+4}. \end{cases}$$

имеет 2 решения.

18.3 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ |y| - x^2 + 2x = 0. \end{cases}$$

имеет 2 решения.

18.4 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 1, \\ |y| + x^2 - 2x = 0. \end{cases}$$

имеет 4 решения.

18.5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2ay + a - 3 = 0, \\ x|y| + 2x - 3 = 0. \end{cases}$$

имеет 1 решение.

19.1 В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 40 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 40% от общего количества контейнеров.
а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 50% от общей массы всех контейнеров?
б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 60% от общей массы всех контейнеров?
в) Какую наименьшую долю(в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

19.2 На столе лежат 4 камня по 5 кг и 13 камней по 14 кг. Их разделили на две кучки.
а) Может ли разность масс двух этих кучек камней быть равна 6 кг?
б) Могут ли массы двух этих кучек быть равны?
в) Какая наименьшая положительная разность масс может быть у двух этих кучек камней?

19.3 Есть 29 монет по 5 рублей и 16 монет по 2 рубля
а) можно ли получить 175?
б) можно ли получить 176?
в) сколько нужно добавить монет по 1 рублю, чтобы можно было собрать любую сумму от 1 до 180 включительно?

19.4 Над парой целых чисел $(a; b)$ проводится операция, после которой получается пара $(3a + b; 3b - a)$.
а) Возможно ли из какой-то пары получить пару (5; 5)?
б) Верно ли, что если пара $(c; d)$ может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции, то и пара $(-d; c)$ тоже может быть получена из какой-то пары с помощью данной операции?
в) Зададим расстояние между парами целых чисел $(a; b)$ и $(c; d)$ выражением $|a - c| + |b - d|$. Найдите наименьшее расстояние от пары (9; 2) до пары, полученной из какой-то пары с помощью данной операции.

! ***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.***

Ответы

1 часть

1.1 40	7.1 1,5
1.2 52	7.2 2,5
2.1 13	8.1 3
2.2 -2	8.2 1
3.1 8	9.1 11
3.2 6	9.2 9000
4.1 0,25	10.1 8
4.2 0,25	10.2 10
5.1 0,936	11.1 81
5.2 0,03	11.2 0,1
6.1 6	12.1 7,2
6.2 4	12.2 4

2 часть

13.1 а) $\frac{\pi}{2}+\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{13\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}\right\}.$

13.2 а) $\frac{\pi}{2}+\pi k, \pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) $\left\{\frac{5\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}\right\}.$

13.3 а) $\frac{\pi}{2}+\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{2}; -\frac{13\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}\right\}.$

13.4 а) $\pi k, -\frac{\pi}{3}+2\pi k, -\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

б) $\left\{2\pi;\ 3\pi;\ \dfrac{10\pi}{3}\right\}.$

14.1 $\sqrt{21}$

14.2 1:4

14.3 5

15.1 $x \in (-\infty; 0] \cup (\log_3 2; 1) \cup (1; 2]$

15.2 $x \in (-\infty; 0) \cup \left\{\dfrac{1}{3}\right\} \cup \left(\dfrac{2}{3}; +\infty\right)$

15.3 $x \in \{1\} \cup (2; +\infty)$

15.4 $x \in \left\{\dfrac{1}{2}\right\} \cup (1; +\infty)$

15.5 $x \in (-\infty; 0] \cup (\log_7 5; 1)$

16.1 221 400

16.2 122 000

16.3 1540 тыс. рублей

17.1 10

17.2 6,4

17.3 $\dfrac{169}{5}$

17.4 24

18.1 $a \in \left(-\infty; -\dfrac{1}{4}\right) \cup \left(\dfrac{9}{4}; +\infty\right)$

18.2 $a \in \left\{\dfrac{17}{4}\right\} \cup (2; 4)$

18.3 $a \in (-\infty; -9) \cup (-8; 0) \cup (1; +\infty)$

18.4 $a \in \left(\dfrac{3}{4}; 1\right) \cup \left(1; \dfrac{5}{4}\right)$

18.5 $a \in (-\infty; 0] \cup \left(\dfrac{1}{3}; +\infty\right)$

19.1 а) Да; б) Нет; в) 25%

19.2 а) Да; б) Нет; в) 4

19.3 а) Да; б) Нет; в) 3

19.4 а) Да; б) Нет; в) 3