

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

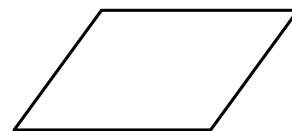
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Сумма двух углов параллелограмма равна 46° . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

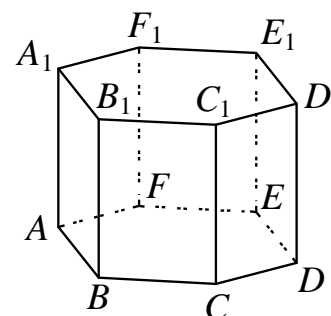


Ответ: _____.

- 2** Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $3\sqrt{5}$ и $4\sqrt{10}$, а угол между ними равен 45° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 10, а боковое ребро равно 12.



Ответ: _____.

- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30 % этих стёкол, вторая — 70 %. Первая фабрика выпускает 5 % бракованных стёкол, а вторая — 4 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло для автомобильной фары окажется бракованным.

Ответ: _____.

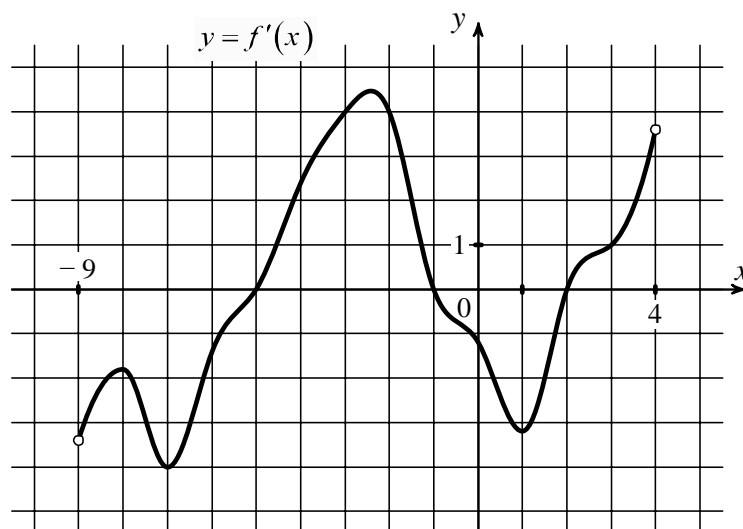
- 6** Решите уравнение $\sqrt{7x+18} = x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения $\frac{5(m^5)^6 + 13(m^3)^{10}}{(2m^{15})^2}$ при $m = \frac{5}{13}$.

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 9$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

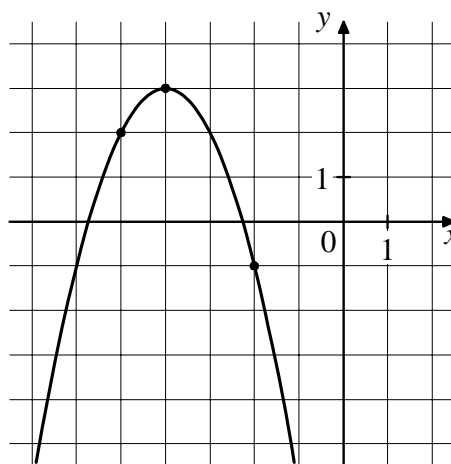
9 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой $q = 70 - 2p$. Выручка предприятия r (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 600 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: _____.

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 17 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(2)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 13\cos x - 17x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\sin 2x - 4\sqrt{3}\sin x + 12\cos x - 6\sqrt{3} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SC отмечены точки L и N соответственно, причём $AL:LB = SN:NC = 1:4$. Плоскость α содержит прямую LN и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15 Решите неравенство $\frac{x^3 - 27}{|x - 3|} - x|x - 3| \geq 0$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17 Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M , а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N . Отрезки AM и CN пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что точка P лежит на диагонали BD трапеции $ABCD$.
б) Найдите расстояние от точки P до боковой стороны AB , если $BC = 17$, $AD = 31$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$$

имеет решения на промежутке $(0; 1]$.

19 Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 93 камня, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в первой коробке оказаться 89 камней, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой — 4?
б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 282 камня?
в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

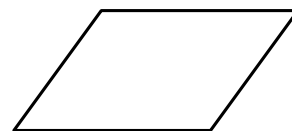
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Сумма двух углов параллелограмма равна 82° . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

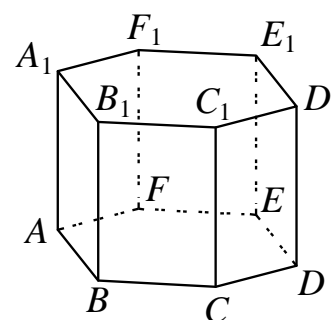


Ответ: _____.

- 2** Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $6\sqrt{6}$ и $5\sqrt{3}$, а угол между ними равен 45° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 15.



Ответ: _____.

- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 2. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 55 % этих стёкол, вторая — 45 %. Первая фабрика выпускает 4 % бракованных стёкол, а вторая — 2 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло для автомобильной фары окажется бракованным.

Ответ: _____.

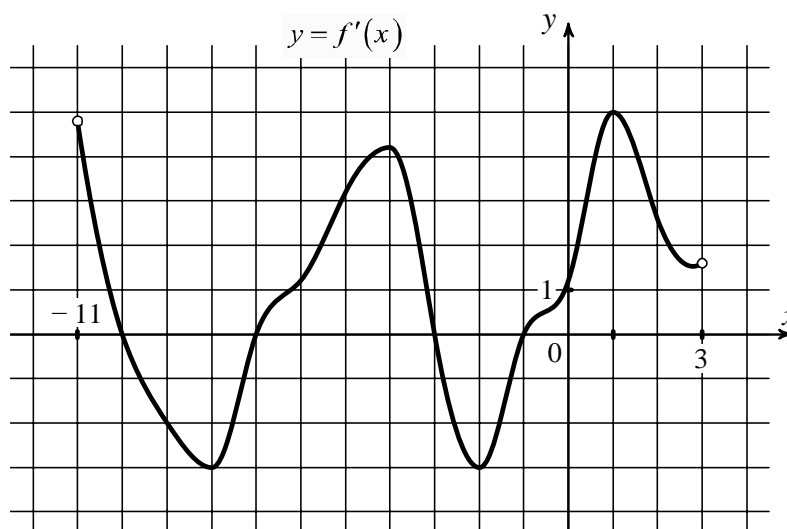
- 6 Решите уравнение $\sqrt{2x+35} = x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{21(m^6)^5 + 3(m^{10})^3}{(4m^{15})^2}$ при $m = \frac{4}{21}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -x - 7$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

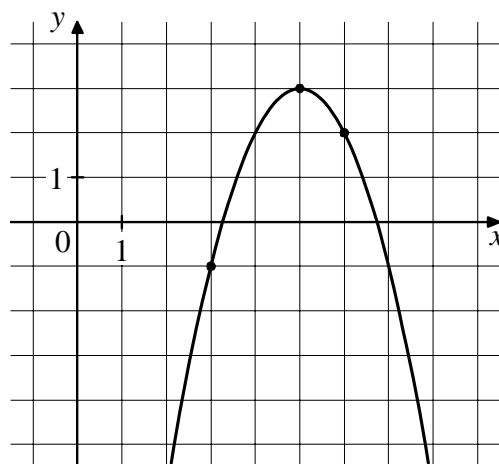
9 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой $q = 85 - 5p$. Выручка предприятия r (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 300 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: _____.

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 780 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 60 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \cos x - 17x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $3\sin 2x + 3\sqrt{3}\sin x + 8\cos x + 4\sqrt{3} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

- 14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, а боковое ребро SA равно 6. На рёбрах AB и SC отмечены точки L и N соответственно, причём $AL:LB = SN:NC = 2:5$. Плоскость α содержит прямую LN и параллельна прямой BC .
а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

- 15** Решите неравенство $\frac{x^3 - 125}{|x - 5|} - x|x - 5| \geq 0$.

- 16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:
— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 17 % по сравнению с концом предыдущего года;
— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.
Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17 Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M , а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N . Отрезки AM и CN пересекаются в точке P .

а) Докажите, что точка P лежит на диагонали BD трапеции $ABCD$.

б) Найдите расстояние от точки P до боковой стороны AB , если $BC = 1$, $AD = 41$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$$

имеет решения на промежутке $(1; 2]$.

19 Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 109 камней, во второй — 110, в третьей — 111, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 105 камней, во второй — 110, в третьей — 111, а в четвёртой — 4?

б) Могло ли в первой коробке оказаться 330 камней?

в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?